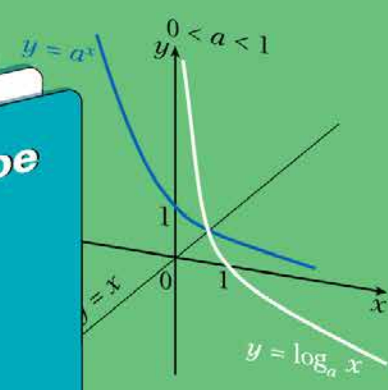
Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

Е. В. Буцко
А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М.С. Якир

11 класс

Базовый уровень

Алгебра и начала математического анализа



вентана граф

Методическое пособие

российский учебник

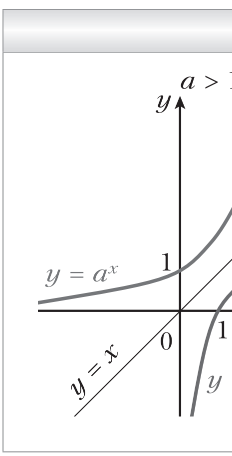
Алгоритм успеха

Е.В. Буцко
А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
М.С. Якир

Математика:
алгебра и начала математического анализа, геометрия

Алгебра
и начала математического анализа

Методическое пособие



11 класс

Базовый уровень

Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2019

УДК 373.5.016:512
ББК 74.262.21
Б94

Буцко, Е. В.

Б94 Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень : 11 класс : методическое пособие / Е. В. Буцко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 74 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10610-4

Пособие содержит примерное планирование учебного материала, методические рекомендации к каждому параграфу, комментарии к упражнениям и контрольные работы.

Пособие используется в комплекте с учебником «Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 11 класс» (авт. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский и др.; под ред. В. Е. Подольского).

Пособие соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования.

УДК 373.5.016:512
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-360-10610-4

От авторов

Данное методическое пособие адресовано учителям, работающим по учебнику «Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс» авторов А. Г. Мерзляка, Д. А. Номировского, В. Б. Полонского, М. С. Якира.

Цель пособия — помочь учителю наиболее эффективно организовывать, осуществлять и контролировать учебный процесс на уроках алгебры и начал математического анализа в 11 классе.

В разделе **«Примерное поурочное планирование учебного материала»** представлено распределение учебного времени по изучаемым темам с учётом часов, выделенных на контрольные работы.

Раздел **«Организация учебной деятельности»** состоит из технологических карт по каждой теме курса, за исключением контрольных работ и уроков по повторению и систематизации учебного материала. В технологической карте обозначены планируемые результаты, основные понятия, изучаемые на уроке, примерные задания для каждого урока данной темы, а также даны методические комментарии к тексту соответствующего параграфа учебника и некоторым упражнениям. Задания для формирования предметных результатов, дополнительные задания, задания для повторения, задания для домашней работы указаны из учебника «Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс» авторов А. Г. Мерзляка и др.; задания для контроля и коррекции предметных результатов указаны из пособия «Самостоятельные и контрольные работы. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс» авторов А. Г. Мерзляка и др. Дополнительные задания можно использовать для индивидуальной, парной или групповой работы учащихся, а также во внеурочной деятельности.

Технологические карты являются эффективной помощью учителю при организации учебной деятельности, при этом нужно учитывать, что объём заданий на уроке и дома должен корректироваться учителем в зависимости от уровня математической подготовки учащихся.

Раздел **«Контрольные работы»** состоит из 6 контрольных работ в соответствии с планированием учебного материала. Каждая работа содержит 4 варианта. Такой обширный материал поможет учителю организовать объективный и эффективный контроль знаний.

В разделе **«Методические рекомендации по оценке образовательных достижений учащихся»** представлены методы контроля в учебном процессе.

В разделе **«Методические рекомендации по формированию ИКТ-компетентности учащихся»** предлагаем технологическую карту урока, на котором используются ИКТ.

В раздел **«Методические рекомендации по организации учебно-исследовательской и проектной деятельности учащихся»** включены технологические карты организации проведения учебно-исследовательской и проектной деятельности, критерии оценки этой деятельности.

Примерное поурочное планирование учебного материала

(I вариант: 3 часа в неделю, всего 105 часов, II вариант: 4 часа в неделю, всего 140 часов)

Номер параграфа	**Номер урока**		**Название параграфа**	**Количество часов**	
	I вариант	**II вариант**		**I вариант**	**II вариант**
Глава 1. Показательная и логарифмическая функции				**28**	**36**
1	1—3	1—4	Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция	3	4
2	4—6	5—8	Показательные уравнения	3	4
3	7—9	9—12	Показательные неравенства	3	4
	10	13	Контрольная работа № 1	1	1
4	11—14	14—18	Логарифм и его свойства	4	5
5	15—18	19—23	Логарифмическая функция и её свойства	4	5
6	19—21	24—27	Логарифмические уравнения	3	4
7	22—24	28—31	Логарифмические неравенства	3	4
8	25—27	32—35	Производные показательной и логарифмической функций	3	4
	28	36	Контрольная работа № 2	1	1

Окончание

Номер параграфа	Номер урока		Название параграфа	Количество часов	
	I вариант	II вариант		I вариант	II вариант
Глава 2. Интеграл и его применение				**11**	**13**
9	29—30	37—39	Первообразная	2	3
10	31—33	40—42	Правила нахождения первообразной	3	3
11	34—37	43—47	Площадь криволинейной трапеции. Определённый интеграл	4	5
12	38	48	Вычисление объёмов тел	1	1
	39	49	Контрольная работа № 3	1	1
Глава 3. Элементы комбинаторики. Бином Ньютона				**12**	**16**
13	40—41	50—52	Метод математической индукции	2	3
14	42—44	53—56	Перестановки. Размещения	3	4
15	45—47	57—60	Сочетания (комбинации)	3	4
16	48—50	61—64	Бином Ньютона	3	4
	51	65	Контрольная работа № 4	1	1

Глава 4. Элементы теории вероятностей				**13**	**17**
17	52—54	66—69	Операции над событиями	3	4
18	55—58	70—74	Зависимые и независимые события	4	5
19	59—60	75—77	Схема Бернулли	2	3
20	61—63	78—81	Случайные величины и их характеристики	3	4
	64	82	Контрольная работа № 5	1	1
Повторение и систематизация учебного материала				**41**	**58**
	65—104	83—139	Повторение и систематизация учебного материала за курс алгебры и начал математического анализа	40	57
	105	140	Итоговая контрольная работа	1	1

Организация учебной деятельности

Глава 1. Показательная и логарифмическая функции

§ 1. Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умения оперировать понятием «степень с действительным показателем», применять свойства степени с действительным показателем, строить график показательной функции и применять её свойства.

Личностные: формировать интерес к изучению темы и желание применять приобретённые знания и умения.

Метапредметные: формировать умение использовать приобретённые знания в практической деятельности.

Планируемые результаты

Учащийся научится оперировать понятием степень с действительным показателем, применять свойства степени с действительным показателем, строить график показательной функции и применять её свойства.

Основные понятия

Степень с действительным показателем, показательная функция, свойства степени с действительным показателем, свойства показательной функции.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	1.1, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7				1.2, 1.8
Урок 2	1.9, 1.11, 1.13, 1.15, 1.17, 1.18, 1.19	1.20			1.10, 1.12, 1.14, 1.16, 1.21

Окончание

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 3	1.22, 1.24, 1.26, 1.27, 1.28, 1.29	1.31, 1.33, 1.34		Самостоятельная работа № 1: № 1, 2, 3	1.23, 1.25, 1.30, 1.32, 1.35

Методические комментарии

Формальное определение степени с действительным показателем выходит за рамки школьного курса математики. Поэтому, для того чтобы ввести понятие степени с действительным показателем, рассматривается функция, в которой аргументом является показатель степени — рациональное число, а значением функции — заданная аргументом степень некоторого положительного числа a, не равного 1. Если же ввести понятие степени с показателем, который является иррациональным числом, то эту функцию можно расширить до непрерывной функции, определённой на множестве действительных чисел. Эта функция носит название показательной. Такой подход достаточно естествен. Ведь учащимся интуитивно понятно, что, например, $2^{\sqrt{2}} \approx 2^{1{,}41}$.

Следует обратить внимание учащихся на то, что для различных значений числа a степень a^x определяют с разными ограничениями. Полезно обобщить информацию об этом в таблице либо иным наглядным способом. Следует подчеркнуть, что показательной функцией называется только та функция $y = a^x$, где основание a удовлетворяет условиям $a > 0$ и $a \neq 1$. Заметим, что ограничение $a \neq 1$ оправдано. Если $a = 1$, то функция $y = a^x$ становится линейной. Таким образом, одна из линейных функций становится частным случаем показательной функции.

Свойства степени с действительным показателем совпадают со свойствами степени с рациональным показателем, уже известными учащимся.

Свойства показательной функции, рассмотренные в данном параграфе, лежат в основе решения показательных уравнений и неравенств. Поэтому учащиеся должны хорошо их усвоить. Помогут этому схематические графики функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$, изображённые на рисунках 1.5 и 1.6.

Следует рассмотреть с учащимися примеры процессов, для которых показательная функция является математической моделью. Хорошо, если учащиеся самостоятельно приведут примеры помимо тех, которые имеются в учебнике.

Комментарии к упражнениям

№ 1.18. При решении этих задач учащиеся интуитивно используют то, что показательная функция является непрерывной.
№ 1.22, 1.23. При решении неравенств следует воспользоваться монотонностью показательной функции.

§ 2. Показательные уравнения

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умения распознавать показательное уравнение, решать показательные уравнения различными методами.

Личностные: формировать умение формулировать собственное мнение.

Метапредметные: формировать умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности.

Планируемые результаты

Учащийся научится распознавать показательное уравнение, решать показательные уравнения различными методами.

Основные понятия

Показательное уравнение.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	2.1, 2.3				2.2, 2.4
Урок 2	2.5, 2.7, 2.9, 2.11		2.21		2.6, 2.8, 2.10, 2.12

Окончание

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 3	2.13, 2.15, 2.17, 2.19		2.22	Самостоятельная работа № 2: № 1, 2, 3	2.14, 2.16, 2.18, 2.20

Методические комментарии

Теорема 2.1 и следствие из неё предоставляют удобный математический аппарат для решения показательных уравнений. Следует обратить внимание учащихся на то, что в формулировке теоремы и следствия присутствует ограничение $a > 0$ и $a \neq 1$. Поэтому, перед тем как применять эту теорему для решения задачи, следует убедиться в соблюдении этого ограничения.

Чтобы привести исходное уравнение к виду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, обычно применяют инструментарий преобразования выражений с использованием свойств степени с действительным показателем. В зависимости от уровня класса при решении нескольких первых упражнений этого параграфа следует комментировать, какие именно свойства степени используются при каждом из преобразований.

В примерах 5 и 6 данного параграфа рассмотрено применение метода замены переменных для показательных уравнений. Следует обратить особое внимание учащихся: если выполняется замена $a^x = t$, то, в связи с тем что область значений показательной функции — положительные числа, в уравнении, полученном в результате такой замены, для неизвестной t возникает ограничение $t > 0$.

Комментарии к упражнениям

№ 2.17. Метод решения этих уравнений продемонстрирован в примере 6 параграфа. В зависимости от уровня класса можно разъяснить учащимся, что выражения, стоящие в левых частях уравнений, фактически являются однородными многочленами относительно двух выражений вида a^x и b^x.

§ 3. Показательные неравенства

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения распознавать показательное неравенство, решать показательные неравенства. ***Личностные***: формировать умение планировать свои действия в соответствии с учебным заданием. ***Метапредметные***: формировать умение корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.
Планируемые результаты	Учащийся научится распознавать показательное неравенство, решать показательные неравенства.
Основные понятия	Показательное неравенство.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	3.1, 3.2, 3.4				3.3, 3.5
Урок 2	3.6, 3.8, 3.10, 3.12		3.24, 3.25		3.7, 3.9, 3.11, 3.13
Урок 3	3.14, 3.16, 3.18, 3.20, 3.22		3.26, 3.27	Самостоятельная работа № 3: № 1, 2, 3	3.15, 3.17, 3.19, 3.21, 3.23

Методические комментарии

Если учащиеся хорошо усвоили материал предыдущего параграфа, то переход к решению показательных неравенств не покажется им сложным. Теорему 3.1 и следствие из неё они будут вполне логично рассматривать как аналог теоремы 2.1 и следствия из неё. Однако следует обратить внимание на то, что для решения уравнений было достаточно того, что показательная функция каждое своё значение принимает только один раз (и не имеет значения, убывающая она или возрастающая). Для решения неравенств характер монотонности функции важен. Поэтому в теореме 3.1 рассматриваются два отдельных случая: если рассматриваемая функция возрастающая (т. е. случай, когда $a > 1$) и если рассматриваемая функция убывающая (т. е. случай, когда $0 < a < 1$). Если учащиеся хорошо поймут это, то решение показательных неравенств не будет представлять для них трудностей. Для лучшего осознания и запоминания теоремы 3.1 учащиеся могут пользоваться схематическими графиками показательной функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$, изображёнными на рисунках 1.5 и 1.6.

Комментарии к упражнениям

№ 3.22, 3.23. Метод решения этих неравенств продемонстрирован в примере 5 параграфа. В зависимости от уровня класса можно разъяснить учащимся, что выражения, стоящие в левых частях неравенств, фактически являются однородными многочленами относительно двух выражений вида a^x и b^x.

Контрольная работа № 1

§ 4. Логарифм и его свойства

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения оперировать понятием логарифма, доказывать и применять свойства логарифма. ***Личностные***: формировать умение представлять результат своей деятельности. ***Метапредметные***: формировать умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.
Планируемые результаты	Учащийся научится оперировать понятием логарифма, доказывать и применять свойства логарифма.
Основные понятия	Логарифм, основное логарифмическое тождество, логарифмирование числа, десятичный логарифм, свойства логарифма.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	4.1, 4.2, 4.4, 4.6, 4.7				4.3, 4.5, 4.8
Урок 2	4.9, 4.11, 4.13, 4.15, 4.17, 4.19		4.43		4.10, 4.12, 4.14, 4.16, 4.18, 4.20
Урок 3	4.21, 4.23, 4.25, 4.27	4.29	4.44		4.22, 4.24, 4.26, 4.28, 4.30
Урок 4	4.31, 4.33, 4.35, 4.37, 4.39	4.38, 4.41	4.46	Самостоятельная работа № 4: № 1, 2, 3	4.32, 4.34, 4.36, 4.40, 4.42

Методические комментарии

Понятие логарифма вводится в учебнике аналогично тому, как в своё время было введено понятие корня: исходя из необходимости уметь решать уравнение $a^x = b$. В зависимости от уровня класса можно разъяснить учащимся, что факт существования корня уравнения $a^x = b$ основан на том, что показательная функция является непрерывной.

Благодаря тому, что показательная функция является обратимой, логарифм любого положительного числа по данному основанию можно определить однозначно.

Также можно обсудить с учащимися взаимосвязь операций возведения в степень, извлечения корня и логарифмирования следующим образом.

Учащиеся знают, что для операции сложения неизвестный компонент этой операции находится с помощью операции вычитания; для операции умножения — с помощью операции деления. Операции сложения и умножения обладают переместительным свойством, т. е. слагаемые и множители «равноправны». Таким образом, для операции сложения обратной является операция вычитания, для умножения — деление.

В операции возведения в степень компоненты «неравноправны»: $a^b \neq b^a$. Поэтому для нахождения неизвестных компонентов операции возведения в степень существуют две отдельные обратные операции: для нахождения основания степени при известном показателе — извлечение корня, для нахождения показателя степени при известном основании — логарифмирование.

Поскольку в выражении $\log_a b$ для основания логарифма a и для числа b существуют ограничения $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, то следует обращать особое внимание на соблюдение этих ограничений при преобразовании выражений, содержащих логарифмы. Например, если переменные x и y принимают отрицательные значения, то выражение $\log_2 xy$ имеет смысл, а $\log_2 x + \log_2 y$ — нет. Следует добиться от учащихся понимания этих особенностей работы с логарифмами. Можно привести аналог, рассмотрев выражение $\sqrt{(-2)\cdot(-8)}$.

Определение логарифма, основное логарифмическое тождество и свойства логарифма, рассмотренные в данном параграфе, являются основой для решения целого класса задач. Поэтому учащиеся должны их хорошо знать.

Для повышения интереса к предмету и пояснения ценности инструментария, который предоставляют логарифмы, можно рассказать учащимся о том, что свойства логарифмов позволяют при вычислениях заменять более сложную операцию более простой: умножение чисел — сложением их логарифмов, возведение в степень — умножением. До появления компьютерной техники эти свойства широко использовались для оптимизации и механизации вычислений. Этот рассказ следует проиллюстрировать таблицами (например, таблицы Брадиса) и логарифмической линейкой, продемонстрировав, как с их помощью выполняли некоторые действия.

Комментарии к упражнениям

№ 4.41, 4.42. Эти задачи основаны на одном приёме: упростить выражение, содержащее логарифмы, в результате чего получается функция, график которой построить несложно. Следует обратить внимание учащихся на то, что поскольку функция содержит логарифмы, то надо найти область определения исходной функции, учитывая ограничения, накладываемые в выражении $\log_a b$ для основания логарифма a и для числа b. Функции в этих задачах подобраны таким образом, что после записи упомянутых ограничений, нахождении области определения и упрощения выражения, которым задана функция, построение графика уже сложностей не вызывает. Важно сравнить области определения исходной функции и функции, которая получается в результате преобразований.

§ 5. Логарифмическая функция и её свойства

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения распознавать логарифмическую функцию, использовать её свойства. ***Личностные***: развивать познавательный интерес к математике. ***Метапредметные***: формировать умение корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.
Планируемые результаты	Учащийся научится распознавать логарифмическую функцию, использовать её свойства.
Основные понятия	Логарифмическая функция, свойства логарифмической функции.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	5.1, 5.2, 5.3, 5.5, 5.7				5.4, 5.6, 5.8
Урок 2	5.9, 5.11, 5.13, 5.15		5.37		5.10, 5.12, 5.14, 5.16
Урок 3	5.17, 5.19, 5.21, 5.23		5.38		5.18, 5.20, 5.22, 5.24
Урок 4	5.25, 5.27, 5.29, 5.31, 5.33	5.35	5.39	Самостоятельная работа № 5: № 1, 2, 3	5.26, 5.28, 5.30, 5.32, 5.34, 5.36

Методические комментарии

Можно выделить два подхода к введению логарифмической функции. Первый подход — определить логарифмическую функцию как обратную к показательной, а затем выявлять свойства логарифмической функции за счёт свойств взаимно обратных функций. Второй подход —

это определить логарифмическую функцию как правило, которое каждому положительному числу ставит в соответствие его логарифм по заданному основанию, а затем выявлять свойства логарифмической функции за счёт свойств логарифмов. Первый подход достаточно формальный и плохо воспринимается учащимися. Поэтому в учебнике рассматривается второй подход.

Тот факт, что показательная и логарифмическая функции являются взаимно обратными, тоже используется в параграфе, например, для построения эскиза графика логарифмической функции. Выявив ход графика, можно из соображений наглядности определить свойства логарифмической функции.

В дальнейшем при решении логарифмических уравнений и неравенств учащиеся должны обращать внимание на область определения логарифмической функции. Показательным в этом отношении является пример 2 данного параграфа.

Комментарии к упражнениям

№ 5.35 (1, 2). Желательно перед решением этих задач повторить правила построения графиков функций вида $y = |f(x)|$ и $y = f(|x|)$.

§ 6. Логарифмические уравнения

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения распознавать логарифмическое уравнение, решать логарифмические уравнения различными методами. ***Личностные***: развивать навыки самостоятельной работы, анализа своей работы. ***Метапредметные***: формировать умение классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации.
Планируемые результаты	Учащийся научится распознавать логарифмическое уравнение, решать логарифмические уравнения различными методами.
Основные понятия	Простейшее логарифмическое уравнение.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	6.1, 6.3, 6.5				6.2, 6.4, 6.6,
Урок 2	6.7, 6.9, 6.11		6.21		6.8, 6.10, 6.12
Урок 3	6.13, 6.15, 6.17	6.19		Самостоятельная работа № 6: № 1, 2, 3	6.14, 6.16, 6.18, 6.20

Методические комментарии

Материал этого параграфа во многом аналогичен материалу темы «Показательные уравнения» (§ 2). И это не удивительно, поскольку обе эти темы рассматривают решение уравнений, в которых требуется переход от уравнения, связывающего значения обратимых функций, к уравнению, связывающему значения их аргументов. Поэтому для учащихся, которые хорошо усвоили принципы решения показательных уравнений, эта тема будет несложной для восприятия.

Чтобы привести исходное уравнение к виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, обычно применяется инструментарий преобразования выражений с использованием свойств логарифмов. Принципиальной особенностью этих преобразований является то, что наличие в уравнении выражений с логарифмом накладывает ограничение на область определения уравнения. Поэтому, проводя преобразования и далее «избавляясь» от логарифма, легко изменить область определения уравнения, а как следствие этого, допустить ошибки. Поэтому учащиеся должны учитывать две основные особенности решения логарифмических уравнений.

1) Заботиться о соблюдении равносильности при преобразовании выражений, содержащих логарифмы. В этом плане особое значение имеет пример 3, рассмотренный в параграфе. На этом примере следует разобрать с учащимися причину появления посторонних корней.

2) Для того чтобы вместо логарифмического уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ решать уравнение, не содержащее логарифмы, надо выполнить равносильный переход к системе (см. следствие из теоре-

мы 6.1), которая за счёт содержащегося в ней неравенства учитывает область определения исходного уравнения.

Комментарии к упражнениям

№ 6.9, 6.10. При оформлении решения уравнений следует воспользоваться методом, описанным в примере 2 параграфа.
№ 6.13. В ходе преобразования уравнений расширяется их область определения, что может привести к приобретению посторонних корней.

§ 7. Логарифмические неравенства

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умения распознавать логарифмическое неравенство, решать логарифмические неравенства.

Личностные: развивать познавательный интерес к математике.

Метапредметные: формировать умение корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Планируемые результаты

Учащийся научится распознавать логарифмическое неравенство, решать логарифмические неравенства.

Основные понятия

Логарифмическое неравенство.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	7.1, 7.3		7.23		7.2, 7.4,
Урок 2	7.5, 7.7, 7.9, 7.11		7.24		7.6, 7.8, 7.10, 7.12
Урок 3	7.13, 7.15, 7.17, 7.19	7.21	7.25	Самостоятельная работа № 7: № 1, 2, 3	7.14, 7.16, 7.18, 7.20, 7.22

Методические комментарии

Основные идеи, необходимые учащимся для решения логарифмических неравенств, уже известны из тем «Логарифмические уравнения» и «Показательные неравенства». Поэтому применение теоремы 7.1 и следствия из неё не вызывает у учащихся затруднений. Разбирая с учащимися следствие, надо обратить внимание на то, что в первой системе неравенство $f(x) > 0$ и во второй системе неравенство $g(x) > 0$ будут являться избыточными условиями.

Главным источником ошибок при решении логарифмических неравенств является то, что учащиеся забывают о характере монотонности логарифмической функции при $a > 1$ и при $0 < a < 1$, и вследствие этого забывают «поменять знак неравенства» при работе с убывающей функцией.

В примерах параграфа разобраны решения основных типов логарифмических неравенств.

Примеры более сложных уравнений и неравенств по всей теме «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства» приведены в учебнике в дополнительном рассказе после этой главы.

Комментарии к упражнениям

№ 7.19 (1, 2). Преобразуйте первое слагаемое, стоящее в левой части неравенства, а далее воспользуйтесь методом замены переменной.

§ 8. Производные показательной и логарифмической функций

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения оперировать понятием натурального логарифма, находить производную показательной, логарифмической и степенной функций. ***Личностные***: формировать умение работать в коллективе и находить согласованные решения. ***Метапредметные***: формировать умение корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.
Планируемые результаты	Учащийся научится оперировать понятием натурального логарифма, находить производную показательной, логарифмической и степенной функций.

Основные понятия Экспонента, натуральный логарифм, производная показательной функции, производная логарифмической функции, производная степенной функции.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	8.1, 8.3				8.2, 8.4
Урок 2	8.5, 8.7, 8.9, 8.11, 8.13		8.23		8.6, 8.8, 8.10, 8.12, 8.14,
Урок 3	8.15, 8.17, 8.19, 8.21			Самостоятельная работа № 8: № 1, 2, 3	8.16, 8.18, 8.20, 8.22

Методические комментарии

Отдельное рассмотрение функции $f(x) = e^x$, скорее всего, покажется учащимся надуманным шагом, поскольку у них отсутствует какое-либо наглядное представление о процессах окружающего мира, которые могла бы описывать эта функция. Для школьного курса математики в классе с базовым уровнем изучения математики эту ситуацию следует воспринимать как объективную. Поэтому первую часть параграфа, в которой вводятся понятия экспоненты и натурального логарифма, надо преподнести учащимся как данное, и затем сконцентрировать внимание на тех свойствах экспоненты и натурального логарифма и производных этих функций, которые рассмотрены в параграфе далее и предоставляют новый математический аппарат для преобразования выражений. В частности, подчеркнуть, что с помощью понятия натурального логарифма легко находить производные любой показательной и логарифмической функции.

Возможно, обращение к рисунку 8.1 может сделать материал менее формальным, поскольку этот рисунок показывает, что существует график показательной функции, касательная к которому в точке с абсциссой 0 образует угол 45°.

Примеры, разобранные в параграфе, подобраны так, что они повторяют все основные задачи на применение производной, изученные в 10 классе.

Комментарии к упражнениям

№ 8.17 (10—18). При исследовании знака производной следует учитывать область определения исходной функции.

Контрольная работа № 2

Глава 2. Интеграл и его применение

§ 9. Первообразная

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать представление учащихся об интегрировании, как об операции, обратной дифференцированию; формировать умения оперировать понятиями первообразной функции, неопределённого интеграла, доказывать и использовать основное свойство первообразной, находить первообразные функций.

Личностные: формировать целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики.

Метапредметные: формировать умение определять понятия, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Планируемые результаты

Учащийся научится оперировать понятиями первообразной функции, неопределённого интеграла, доказывать и использовать основное свойство первообразной, находить первообразные функций.

Основные понятия

Интегрирование, первообразная функции, основное свойство первообразной, общий вид первообразной, неопределённый интеграл.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	9.1, 9.3, 9.4,		9.17		9.2, 9.5
Урок 2	9.6, 9.8, 9.10, 9.12, 9.14	9.15	9.18, 9.19	Самостоятельная работа № 9: № 1, 2, 3	9.7, 9.9, 9.11, 9.13, 9.16

Методические комментарии

В этом параграфе вводятся понятия первообразной функции и интегрирования как операции, обратной дифференцированию.

После определения первообразной приведён ряд примеров, в которых рассматриваются некоторая функция и её первообразная и демонстрируется, что производная от первообразной действительно является данной функцией. В примерах важно рассмотреть области определения самой функции и её первообразной и сделать вывод о важности слов «на промежутке» в определении первообразной. Следует подчеркнуть, что слова «на промежутке» можно опускать в том случае, когда рассматриваемым промежутком является всё множество действительных чисел, т. е. промежуток $(-\infty; +\infty)$.

Перед рассмотрением основного свойства первообразной надо повторить с учащимися свойства дифференцирования.

В параграфе приведена таблица первообразных. Если учащиеся знают, что для функции f производной является функция g, то в таблицу можно занести функцию g и её первообразную — функцию f. Для некоторых из функций в примерах этого параграфа приведено доказательство, основанное на этой взаимосвязи между функцией и первообразной.

Пример 3 рассматривает типовую задачу темы: нахождение первообразной, которая удовлетворяет некоторому условию (простейшее из условий — график проходит через заданную точку). Здесь следует напомнить учащимся, что параллельный перенос графика функции вдоль оси ординат является результатом прибавления некоторой константы к правой части формулы, которой задана функция. Следовательно, схема решения этой задачи состоит в том, чтобы найти множество первообразных для заданной функции, а затем найти ту, график которой проходит через заданную точку.

Следует обратить внимание на то, что когда мы говорим «множество первообразных имеет вид...», то константа C является любым числом. Если же указано, что «искомая первообразная имеет вид», то константа C является некоторым конкретным числом.

Комментарии к упражнениям

№ 9.10 (3). Искомая первообразная имеет вид $\ln(-x) + C$, где C — некоторое число.
№ 9.12, 9.13. Заданная функция является константой.

§ 10. Правила нахождения первообразной

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения доказывать и применять правила нахождения первообразной. ***Личностные***: формировать способность осознанного выбора и построения дальнейшей индивидуальной траектории. ***Метапредметные***: формировать умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.
Планируемые результаты	Учащийся научится доказывать и применять правила нахождения первообразной.
Основные понятия	Правила нахождения первообразной.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	10.1, 10.3		10.22		10.2, 10.4
Урок 2	10.5, 10.7, 10.9, 10.11		10.23		10.6, 10.8, 10.10, 10.12
Урок 3	10.13, 10.15, 10.17, 10.19	10.21	10.24, 10.25	Самостоятельная работа № 10: № 1, 2, 3	10.14, 10.16, 10.18, 10.20

Методические комментарии

В параграфе приведен и доказан ряд теорем, которые позволяют находить первообразные. Эти теоремы существенно расширяют класс функций, первообразные которых можно найти.

Следует напомнить учащимся, что производная суммы равна сумме производных, поэтому существует аналогичное правило нахождения первообразной суммы. Однако для производной произведения и производной частного формулы гораздо сложнее. Поэтому, к сожалению, не существует общих формул для нахождения первообразной произведения функций и частного функций. Если подынтегральное выражение достаточно сложно, то единственным способом нахождения первообразной в рамках школьного курса является попытка привести его либо к сумме функций, первообразные каждой из которых учащимся известны, либо к виду, который позволяет применить теоремы 10.2 или 10.3. Следует особо подчеркнуть, что теорема 10.3 позволяет находить первообразные лишь тех сложных функций, «внутренние» функции которых являются линейными.

Комментарии к упражнениям

№ 10.15(1). Примените формулу понижения степени для синуса.
№ 10.15(2, 3). Примените формулы преобразования произведения тригонометрических формул в сумму.

§ 11. Площадь криволинейной трапеции. Определённый интеграл

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения оперировать понятиями криволинейной трапеции и определённого интеграла, доказывать формулу для вычисления площади криволинейной трапеции, вычислять площадь криволинейной трапеции, доказывать и применять свойства определённого интеграла. ***Личностные***: формировать интерес к изучению темы и желание применять приобретённые знания и умения. ***Метапредметные***: формировать представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники.
Планируемые результаты	Учащийся научится оперировать понятиями криволинейной трапеции и определённого интеграла, доказывать формулу для вычисления площади криволинейной трапеции, вычислять площадь криволинейной трапеции, доказывать и применять свойства определённого интеграла.
Основные понятия	Криволинейная трапеция, площадь криволинейной трапеции, определённый интеграл, формула Ньютона — Лейбница, свойства определённого интеграла.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	11.1, 11.3		11.23		11.2, 11.4
Урок 2	11.5, 11.7, 11.8		11.24		11.6, 11.9
Урок 3	11.10, 11.12, 11.15	11.13	11.25		11.11, 11.14, 11.16
Урок 4	11.17, 11.19, 11.21			Самостоятельная работа № 11: № 1, 2, 3	11.18, 11.20, 11.22

Методические комментарии

После определения криволинейной трапеции следует обратить внимание на то, что определение позволяет, например, треугольник или трапецию, расположенные на координатной плоскости специальным образом, считать криволинейной трапецией. Однако этот факт не означает, что понятие криволинейной трапеции обобщает понятие треугольника.

Заметим, что нельзя ввести понятие площади криволинейной трапеции с помощью определения площади многоугольника, которое было приведено ранее в курсе планиметрии.

Результат теоремы 11.1 является красивым и неожиданным фактом. Однако доказательство этой теоремы непростое. Это следует учитывать, планируя работу в классе.

Формула Ньютона — Лейбница и правила вычисления определённого интеграла достаточно алгоритмизируемы, учащиеся могут легко научиться их применять. Основные трудности при вычислении определённых интегралов обычно представляет нахождение первообразных.

Важно показать учащимся, что с помощью определённого интеграла можно вычислять площадь не только криволинейной трапеции, но и любых фигур, ограниченных графиками непрерывных функций. Подробное обоснование, приведённое в учебнике после примера 3 данного параграфа, и пример 4 предоставляют учащимся наглядный и понятный инструментарий для этого.

Комментарии к упражнениям

№ 11.19(1). Воспользуйтесь формулой $1+\mathrm{tg}^2\,\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.

№ 11.19(4). Представьте дробь, стоящую под интегралом, в виде суммы двух дробей.

§ 12. Вычисление объёмов тел

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать математический аппарат вычисления объёма тела с помощью интегрирования. ***Личностные***: формировать ответственное отношение к обучению, готовности к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию. ***Метапредметные***: формировать умение использовать приобретённые знания в практической деятельности.
Планируемые результаты	Учащийся научится использовать математический аппарат вычисления объёма тела с помощью интегрирования.
Основные понятия	Формула объёма тела.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	12.1, 12.3, 12.4		12.6, 12.7	Самостоятельная работа № 12: № 1, 2, 3	12.2, 12.5, 12.8

Методические комментарии

В параграфе проводится аналогия между вычислением объёма тела в пространстве с помощью интегрирования функции, описывающей зависимость площади сечения тела от координаты x, и вычислением площади фигуры на плоскости с помощью интегрирования функции, описывающей зависимость длины отрезка, принадлежащего фигуре, от координаты x. Формула для вычисления объёма тела приводится без доказательства.

Подробно рассматривается доказательство формулы для вычисления объёма пирамиды. Важно разобрать с учащимися идею этого доказательства, поскольку именно с помощью этой идеи в курсе стереометрии будут обоснованы формулы для вычисления объёмов призмы, цилиндра, конуса, усечённого конуса.

Также в параграфе приведена формула для вычисления объёма тела вращения, заданного вращением графика непрерывной функции, принимающей неотрицательные значения, вокруг оси абсцисс.

Комментарии к упражнениям

№ 12.5. В зависимости от уровня класса можно предложить учащимся вывести формулу для вычисления объёма усеченного конуса.

Контрольная работа № 3

Глава 3. Элементы комбинаторики. Бином Ньютона

§ 13. Метод математической индукции

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения проводить доказательство методом математической индукции. ***Личностные***: формировать способность осознанного выбора и построения дальнейшей индивидуальной траектории. ***Метапредметные***: формировать умение корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.
Планируемые результаты	Учащийся научится проводить доказательство методом математической индукции.
Основные понятия	Индуктивный метод, индукция, метод математической индукции, база индукции, индуктивный переход.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	13.1, 13.3 (1, 2), 13.5		13.11		13.2, 13.4, 13.12
Урок 2	13.3 (3, 4), 13.7, 13.9		13.13, 13.14	Самостоятельная работа № 13: № 1, 2, 3	13.6, 13.8, 13.10

Методические комментарии

Желательно, чтобы учащиеся привели как можно больше примеров из повседневной жизни, в которых используются индуктивные выводы. Учащиеся должны убедиться, что индуктивные выводы могут быть ошибочными. Пример такого рода приведён в параграфе (трёхчлен Эйлера).

Учащимся сложно понять, в чём заключается суть доказательства методом математической индукции. Они впервые встречаются с рассуждениями подобного рода.

Нередко учащиеся, доказывая утверждение методом математической индукции, забывают устанавливать справедливость теоремы «база индукции». В зависимости от возможностей класса можно привести учащимся такой поучительный пример.

Покажем, как, пользуясь лишь теоремой «индуктивный переход», можно, например, «доказать», что при любом натуральном n число $2n + 1$ чётное.

Пусть это утверждение верно при $n = k$, т. е. $2k + 1$ — чётное число. Докажем, что тогда оно будет верным для $n = k + 1$, т. е. число $2(k + 1) + 1$ также будет чётным.

Имеем: $2(k + 1) + 1 = (2k + 1) + 2$.

По предположению число $2k + 1$ чётное. Сумма двух чётных чисел — число чётное. Следовательно, число $(2k + 1) + 2$ также чётное.

Мы корректно доказали теорему «индуктивный переход». Но при этом не обнаружили, что теорема «база индукции» неверна (при $n = 1$ число $2n + 1$ — нечётное). В этом и заключается причина того, что нам удалось «доказать» столь нелепое утверждение.

При решении примеров следует уделить отдельное внимание тому, что выдвинуть гипотезу, которую затем потребуется доказать, нелегко. От правильной формулировки гипотезы зависит, подлежит ли она дальнейшему доказательству. Готовых рецептов здесь нет, во многом выдвижение правильной гипотезы зависит от опыта и интуиции.

Комментарии к упражнениям

№ 13.7, 13.8. Важно обратить внимание учащихся, что теорема «база индукции» для $n = 1$ и $n = 2$ не выполняется.

§ 14. Перестановки. Размещения

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения оперировать понятием упорядоченного множества, находить количество перестановок данного n-элементного множества, количество размещений из n элементов по k элементов. ***Личностные***: развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

	Метапредметные: формировать ответственное отношение к обучению, готовности к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию.
Планируемые результаты	Учащийся научится оперировать понятием упорядоченного множества, находить количество перестановок данного n-элементного множества, количество размещений из n элементов по k элементов.
Основные понятия	Упорядоченные множества, перестановка, размещение.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	14.1, 14.3, 14.5, 14.7		14.29		14.2, 14.4, 14.6, 14.8
Урок 2	14.9, 14.11, 14.14, 14.16	14.13	14.30		14.10, 14.12, 14.15, 14.17
Урок 3	14.18, 14.20, 14.22, 14.25, 14.27	14.23	14.31	Самостоятельная работа № 14: № 1, 2, 3	14.19, 14.21, 14.24, 14.26, 14.28

Методические комментарии

В учебнике не рассматривается строгое определение упорядоченного множества. Это понятие вводится на наглядно-интуитивном уровне. Следует обратить внимание учащихся на различие в формах записи множества и упорядоченного множества. В качестве примера записи упорядоченного множества, которую учащиеся уже активно использовали, можно привести запись координат точки в двухмерной декартовой системе координат.

Значительная часть материала, изложенного в этом параграфе, основана на комбинаторном правиле произведения. Поэтому целесообразно повторить соответствующий материал из курса алгебры 9 класса.

Учащиеся, как правило, воспринимают определение перестановки конечного множества без затруднений. Однако доказательство формулы количества перестановок может вызвать определённые затруднения. Поэтому желательно перед выводом общей формулы определить количество перестановок для частных случаев и предложить учащимся заметить общие закономерности.

При введении понятия размещения из n элементов по k элементов важно подчеркнуть учащимся, что размещение — это упорядоченное множество.

Рассуждения, используемые при выводе формулы количества размещений, аналогичны тем, которые применялись при выводе формулы количества перестановок.

Следует заметить, что в записи A_n^k всегда подразумевается ограничение $k \leqslant n$, причём если $k = n$, то $A_n^n = P_n$.

К целому ряду упражнений ответ даётся в виде числового выражения, которое может служить указанием к решению. После того как учащиеся усвоили определения перестановки и размещения и отработали формулы для их вычисления на достаточно лёгких примерах, при решении более сложных задач достаточно, чтобы учащиеся записали такое числовое выражение, которое фактически описывает содержательную часть решения задачи. Не следует требовать от учащихся вычислять значение этого выражения.

Комментарии к упражнениям

№ 14.28. Этот эксперимент удобнее моделировать так: одновременно бросать три игральных кубика. На каждом кубике может выпасть любое количество очков от 1 до 6. Поэтому количество возможных последовательностей очков равно 6^3. Количество последовательностей очков, не содержащих ни одной шестёрки, равно 5^3. Тогда искомое количество равно $6^3 - 5^3$.

§ 15. Сочетания (комбинации)

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения оперировать понятием «сочетания из n элементов по k элементов», находить количество сочетаний из n элементов по k элементов и применять полученную формулу при решении задач. ***Личностные***: развивать познавательный интерес к математике. ***Метапредметные***: формировать умение осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата.

Планируемые результаты	Учащийся научится оперировать понятием «сочетания из n элементов по k элементов», находить количество сочетаний из n элементов по k элементов и применять полученную формулу при решении задач.
Основные понятия	Сочетания.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	15.1, 15.3, 15.5, 15.7		15.27		15.2, 15.4, 15.6
Урок 2	15.8, 15.11, 15.13, 15.15	15.9	15.28		15.10, 15.12, 15.14, 15.16
Урок 3	15.17, 15.18, 15.21, 15.23, 15.26	15.19, 15.24	15.29	Самостоятельная работа № 15: № 1, 2, 3	15.20, 15.22, 15.25

Методические комментарии

Учащиеся легко воспринимают понятие «сочетания из n элементов по k элементов». Однако при решении задач учащиеся часто путают, какое из понятий комбинаторики, размещения или сочетания, моделирует данную задачу. Поэтому очень важно привести достаточно большое количество простых примеров, где речь идёт о подмножествах и об упорядоченных подмножествах.

В задаче 2 учащимся предлагается доказать формулу $C_{n+1}^k = C_n^{k-1} + C_n^k$ алгебраическим методом. Однако в зависимости от возможностей класса можно предложить учащимся следующее чисто комбинаторное доказательство этой формулы.

Рассмотрим $(n+1)$-элементное множество. Зафиксируем в нём некоторый элемент a. Все k-элементные подмножества разобьём на два типа: содержащие элемент a и не содержащие его. Подмножества первого типа формируются в результате выбора $k-1$ элемента из n элементов (ведь один элемент им обязательно принадлежит — это a). Поэтому количество подмножеств первого типа равно C_n^{k-1}.

Подмножества второго типа формируются в результате выбора из n элементов (ведь элемент a им не принадлежит) k элементов. Их количество равно C_n^k.

Получили, что количество k-элементных подмножеств заданного $(n+1)$-элементного множества равно $C_n^{k-1}+C_n^k$. Поэтому $C_{n+1}^k = C_n^{k-1}+C_n^k$.

Комментарии к упражнениям

№ 15.21. При решении этой задачи следует сравнить её с задачей 14.15.
№ 15.24. Если бы команды были пронумерованы, то ответ выглядел бы так: $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4$, что в 3! раза больше искомого ответа.

№ 15.25. При решении этой задачи следует сравнить её с задачей 14.24.

§ 16. Бином Ньютона

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умение доказывать и использовать формулу бинома Ньютона.

Личностные: развивать готовность к самообразованию и решению творческих задач.

Метапредметные: формировать умение соотносить свои действия с планируемыми результатами.

Планируемые результаты

Учащийся научится использовать формулу бинома Ньютона.

Основные понятия

Формула бинома Ньютона, биномиальные коэффициенты.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	15.1, 15.3, 15.5, 15.6				15.2, 15.4, 15.7
Урок 2	15.8, 15.10, 15.12, 15.14				15.9, 15.11, 15.13

Окончание

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 3	15.15, 15.17, 15.19, 15.20			Самостоятельная работа № 15: № 1, 2, 3	15.16, 15.18

Методические комментарии

В основе доказательства формулы бинома Ньютона лежат несложные индуктивные рассуждения. Однако их реализация требует тщательных выкладок, внимания и аккуратности. Это делает доказательство непростым для учащихся. Не следует требовать от всех учащихся воспроизведения этого доказательства.

В параграфе приводится общий вид не k-го слагаемого в формуле бинома Ньютона, а $(k+1)$-го слагаемого. Такая формула выглядит компактнее и лучше запоминается учащимися. Нередко при применении этой формулы учащиеся считают, что они нашли k-е слагаемое. Профилактика этой ошибки требует соответствующей работы.

Треугольник Паскаля — красивый математический объект, обладающий целым рядом замечательных свойств. Этим можно воспользоваться при формировании положительного отношения к предмету «Математика».

Комментарии к упражнениям

№ 16.17. Искомое количество равно количеству нулей в записи предпоследнего слагаемого в формуле бинома Ньютона для двучлена $(1000 + 1)^{1000}$, т. е. количеству нулей в значении выражения $C_{1000}^{999} \cdot 1000 \cdot 1^{999}$.

№ 16.19. В левой части после применения формулы бинома Ньютона к двучленам $(1+x)^n$ и $(1-x)^n$ и приведения подобных слагаемых получим выражение вида $2+a$, где $a \geqslant 0$.

Контрольная работа № 4

Глава 4. Элементы теории вероятностей

§ 17. Операции над событиями

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умения представлять соотношения между событиями с помощью диаграмм Эйлера; оперировать понятиями несовместных событий, операций объединения, пересечения, дополнения событий; доказывать и применять правила нахождения вероятности результатов операций над событиями.

Личностные: формировать независимость суждений.

Метапредметные: формировать умение использовать приобретённые знания в практической деятельности.

Планируемые результаты

Учащийся научится представлять соотношения между событиями с помощью диаграмм Эйлера, оперировать понятиями несовместных событий, операций объединения, пересечения, дополнения событий, доказывать и применять правила нахождения вероятности результатов операций над событиями.

Основные понятия

Несовместные события, объединение событий, вероятность объединения событий, пересечение событий, вероятность пересечения событий, дополнение события.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	17.1, 17.2, 17.3, 17.4, 17.5, 17.7		17.26		17.6, 17.8
Урок 2	17.9, 17.11, 17.13, 17.15		17.27		17.10, 17.12, 17.14, 17.16
Урок 3	17.17, 17.19, 17.20, 17.22, 17.23	17.24, 17.25		Самостоятельная работа № 17: № 1, 2, 3	17.18, 17.21

Методические комментарии

Параграф посвящён изучению соотношений между событиями. В начале параграфа вводится и рассматривается на примерах понятие несовместных событий. Учащиеся должны хорошо усвоить это понятие, потому что именно на основании того, являются ли события несовместными, определяются формулы, которые можно применять для вычисления вероятности нескольких событий в той или иной ситуации.

Следует сформировать у учащихся навыки трактовать соотношения между событиями, представленные с помощью диаграмм Эйлера, и самим составлять такие диаграммы.

Определения объединения, пересечения, дополнения событий проиллюстрированы в учебнике диаграммами Эйлера. Рекомендуется при рассмотрении примеров и решении первых задач этого параграфа также использовать диаграммы Эйлера — как для наглядности самой задачи, так и для закрепления навыков представления информации в виде диаграмм Эйлера. Удобство использования такого аппарата продемонстрировано в ходе доказательства теоремы 17.1.

Можно провести аналогию между операциями над событиями и операциями над множествами. Это сделает понятным для учащихся многие практические аспекты применения операций над событиями для вычисления вероятностей.

Важно подчеркнуть, что когда идёт речь об операциях над событиями, то эти события относят к одному и тому же опыту.

Комментарии к упражнениям

№ 17.19—17.21. Следует применить теорему 17.1.

№ 17.22. События «получить в подарок только цветы» и «получить в подарок цветы и духи» являются несовместными. Их объединение — это событие получить в подарок цветы. Его вероятность равна $10\% + 15\%$.

№ 17.24 (1). Пусть A — это событие «лампочка проработает не менее года», B — событие «выключатель проработает не менее года». По условию $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}01$. Отсюда $p(A \cup B) = 0{,}99$. Тогда искомая вероятность равна $p(A \cup B) - p(A) = 0{,}03$. Решение этой задачи удобно проиллюстрировать с помощью рисунка1.

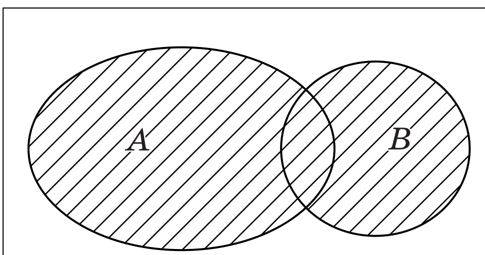


Рис. 1

§ 18. Зависимые и независимые события

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умения оперировать понятиями условной вероятности, зависимых и независимых событий, применять метод решения вероятностных задач с помощью построения дендрограмм.

Личностные: формировать способность осознанного выбора и построения дальнейшей индивидуальной траектории.

Метапредметные: осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата.

Планируемые результаты

Учащийся научится оперировать понятиями условной вероятности, зависимых и независимых событий, применять метод решения вероятностных задач с помощью построения дендрограмм.

Основные понятия

Условная вероятность, дендрограмма, независимые события, вероятность независимых событий, зависимые события, вероятность зависимых событий.

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 1	18.1, 18.3, 18.5, 18.6		18.32		18.2, 18.4, 18.7
Урок 2	18.8, 18.10, 18.12, 18.14, 18.16		18.33		18.9, 18.11, 18.13, 18.15, 18.17
Урок 3	18.18, 18.20, 18.23	18.21	18.34		18.19, 18.22, 18.24
Урок 4	18.25, 18.27, 18.28, 18.30			Самостоятельная работа № 18: № 1, 2, 3	18.26, 18.29, 18.31

Методические комментарии

В учебнике не рассматривается строгое определение условной вероятности. Это понятие вводится с помощью интуитивно понятных примеров. В параграфе пример смоделирован с помощью игральных кубиков. Можно предложить учащимся составить аналогичный пример в опыте, в котором подбрасываются две монеты.

В параграфе рассматривается удобный и наглядный метод решения вероятностных задач с помощью построения дендрограмм (древовидных диаграмм). Обычно учащиеся легко воспринимают идею построения дендрограмм и с удовольствием их используют. Здесь надо следить за тем, чтобы учащиеся на каждом шагу построения дендрограммы учитывали все возможные ветвления, а при определении числовых значений вероятностей, которые следует подписать над ветвями дендрограммы, — правильно их подсчитывали. В частности, элементом контроля является то, что сумма вероятностей, подписанных на стрелках, выходящих из одного узла дендрограммы, должна быть равна единице. Следует разобрать с учащимися, почему это условие должно выполняться.

Теорема 18.1 позволяет на основании составленной дендрограммы вычислять вероятности событий, соответствующих листам дендрограммы. Далее, при формировании соответствующих навыков, учащиеся смогут использовать эту теорему и без изображения дендрограммы. Теорема 18.1 доказывается для частного случая. Но даже этот факт не делает доказательство простым. Это следует учесть, сопоставляя сложность доказательства с уровнем класса.

В параграфе вводятся понятия зависимые и независимые события. Учащимся может показаться непонятным определение этих понятий с помощью формул, содержащих условные вероятности. Следует детально пояснить содержательный смысл, который несут эти формулы.

Теорема 18.2, позволяющая вычислять вероятность пересечения независимых событий, служит основой для решения большого количества вероятностных задач. Учащиеся должны усвоить, что эту теорему можно применять только в том случае, когда события являются независимыми.

Следует заметить, что теорема 18.1 позволяет найти вероятность пересечения любых событий, о которых неизвестно, являются они независимыми или нет. Учащиеся должны уметь различать, какую из теорем следует применять в каждой конкретной задаче.

Данный параграф представляет определённую сложность для учащихся, потому что в нём происходит переход от наглядно-интуитивных представлений о вероятностных задачах к достаточно формализованному подходу. Поэтому при изучении материала этого параграфа следует постоянно получать обратную связь от учащихся об усвоении ими материала, а в случае сомнений — подкреплять излагаемый материал большим количеством наглядных примеров.

Комментарии к упражнениям

№ 18.16, 18.30, 18.31. Выражение, записанное в ответе, может служить подсказкой к решению.

№ 18.18 (1). Воспользовавшись теоремой 18.1, можно получить, что искомая вероятность равна $\frac{7}{10} : \frac{9}{10}$.

№ 18.23. Для данного опыта удобно воспользоваться такой вероятностной моделью. Если второй шар должен быть красным, то можно считать, что в коробке с самого начала лежит на один красный шар меньше. Тогда ответ получается сразу: $\frac{10}{27}$.

№ 18.27. Подсказкой к решению может служить пример 3, разобранный в параграфе.

§ 19. Схема Бернулли

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты	***Предметные***: формировать умения оперировать понятием «схема Бернулли», применять её для соответствующих вероятностных моделей. ***Личностные***: формировать умение представлять результат своей деятельности. ***Метапредметные***: формировать умение осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата.
Планируемые результаты	Учащийся научится оперировать понятием «схема Бернулли», применять её для соответствующих вероятностных моделей.
Основные понятия	Вероятностная модель, схема Бернулли, закон больших чисел.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	19.1, 19.3, 19.5, 19.7		19.17		19.2, 19.4, 19.6, 19.8
Урок 2	19.9, 19.10, 19.12, 19.14, 19.15		19.18, 19.19	Самостоятельная работа № 19: № 1, 2, 3	19.11, 19.13, 19.16

Методические комментарии

Понятие о схеме Бернулли вводится на интуитивно понятном примере с попаданием мяча в баскетбольную корзину. При его рассмотрении следует подчеркнуть, что все испытания (т. е. броски, которые выполняет баскетболист) равновероятны (вероятность попадания в корзину от броска к броску не меняется). Исходов у каждого испытания может быть только два, поэтому один из них можно назвать «желаемым» (в данном примере — попадание мяча в корзину) и определить для него вероятность, которая для всех испытаний постоянна. Именно это даёт основания в качестве параметров, описывающих схему, брать только два:

- параметр n — количество повторения испытаний (в данном примере — бросков),
- параметр p — вероятность желаемого результата в каждом испытании (в данном примере — попадания мяча в корзину).

Схему Бернулли можно использовать в том случае, когда опыт сформирован из равновероятных независимых испытаний таким образом, что его можно описать с помощью параметров n и p.

Когда мы ищем вероятность получения m удачных исходов с помощью схемы Бернулли из n испытаний, то $n - m$ испытаний будут неуспешными. Тогда у учащихся возникнет соблазн просто перемножить вероятности этих испытаний, взяв соответственно m множителей, равных p, и $(n - m)$ множителей, равных $(1 - p)$. Следует уделить особое внимание тому, почему этот подход не даёт нужного результата, а для получения правильного результата при выводе формулы вычисления вероятности в схеме Бернулли используется множитель C_n^m.

Важно подчеркнуть, что схема Бернулли применима для многих задач, внешне не похожих друг на друга. Распознать нужную вероятностную модель поможет опыт, приобретаемый в ходе решения упражнений.

Комментарии к упражнениям

№ 19.5—19.16. Выражение, записанное в ответе, может служить подсказкой к решению.

§ 20. Случайные величины и их характеристики

Технологическая карта уроков

Формируемые результаты

Предметные: формировать умения оперировать понятиями случайной величины, распределения вероятностей случайной величины, математического ожидания; использовать математический аппарат для анализа и оценки случайных величин.

Личностные: формировать умение формулировать собственное мнение.

Метапредметные: формировать умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в окружающей жизни.

Планируемые результаты

Учащийся научится оперировать понятиями случайной величины, распределения вероятностей случайной величины, математического ожидания; использовать математический аппарат для анализа и оценки случайных величин.

Основные понятия

Случайная величина, множество значений случайной величины, распределение вероятностей случайной величины, биноминальное распределение, математическое ожидание.

	Задания для формирования предметных результатов	Дополнительные задания	Задания для повторения	Задания для контроля и коррекции предметных результатов	Задания для домашней работы
Урок 1	20.1, 20.2, 20.4, 20.5				20.3, 20.6

	Задания для формирования предметных результатов	**Дополнительные задания**	**Задания для повторения**	**Задания для контроля и коррекции предметных результатов**	**Задания для домашней работы**
Урок 2	20.7, 20.9, 20.12, 20.14	20.10			20.8, 20.11, 20.13, 20.15
Урок 3	20.16, 20.18, 20.19, 20.21	20.23		Самостоятельная работа № 20: № 1, 2, 3	20.17, 20.20, 20.22, 20.24

Методические комментарии

Учащиеся знакомы со многими переменными величины. Изучили целый ряд закономерностей их изменений. Случайная величина — это объект иного рода. Ее значение заранее предсказать нельзя. Учащиеся должны понимать, в чем заключается принципиальное отличие случайной величины от переменной величины, изменение которой подчиняется определенной закономерности.

Учащиеся должны понимать, каким образом формируется множество значений случайной величины и как записывается соответствующее распределение вероятностей случайной величины. Следует отдельно обратить внимание на то, что существуют случайные величины с бесконечным множеством значений (однако задачи с такими случайными величинами учащимся не предлагаются).

При изучении курса математики на базовом уровне основными навыками, которые должны приобрести учащиеся для работы со случайными величинами, является составление множества значений случайной величины, распределения вероятностей, а также умение предоставить эту информацию в графическом виде и произвести на основании этих данных оценку исследуемой ситуации. В качестве одного из инструментов оценки вводится понятие математического ожидания. Желательно, чтобы учащиеся поняли, что математическое ожидание играет роль среднего значения величины в опытах, где значение числового результата носит вероятностный характер.

Изложение теоретического материала сопровождается примерами, причём происходит переход от «игровых», с точки зрения учащихся, примеров с бросанием монеток, к примерам, содержащим описание реальных событий и принятия экономических решений. Следует обязательно разобрать с учащимися эти примеры, а также добиться осознанного решения учащимися задач этого параграфа с сюжетами из реальной жизни. Учащиеся должны прийти к выводу, когда целесообразно применять аппарат анализа случайных величин для принятия тех или иных решений в производственной и хозяйственной деятельности.

Комментарии к упражнениям

№ 20.7, 20.8. Эти задачи аналогичны примеру 2, разобранному в параграфе.
№ 20.21. Составьте с помощью схемы Бернулли таблицу распределения вероятностей случайной величины, для которой множество $\{0, 1, 2, 3\}$ является множеством ее значений.

Контрольная работа № 5

Контрольные работы

Контрольная работа № 1

Тема. Показательная функция.
Показательные уравнения и неравенства

Вариант 1

1. Сравните числа m и n, если:
1) $(9{,}8)^m > (9{,}8)^n$; 2) $(0{,}6)^m < (0{,}6)^n$.

2. Решите уравнение:
1) $5^{x+2} - 5^x = 120$; 2) $9^x - 7 \cdot 3^x = 18$.

3. Найдите множество решений неравенства $\left(\frac{6}{11}\right)^{5x} \geqslant \left(\frac{6}{11}\right)^{3x-5}$.

4. Решите уравнение:
1) $(6^{x-2})^{x+1} = \left(\frac{1}{6}\right)^x \cdot 36^{x+3}$; 2) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$.

5. Решите неравенство:
1) $0{,}2^{\frac{x^2-2x-24}{x-2}} \leqslant 0{,}0016$; 2) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geqslant 0$.

Вариант 2

1. Сравните числа a и b, если:
1) $(7{,}6)^a > (7{,}6)^b$; 2) $(0{,}3)^a < (0{,}3)^b$.

2. Решите уравнение:
1) $4^{x+3} - 4^x = 63$; 2) $36^x - 4 \cdot 6^x = 12$.

3. Найдите множество решений неравенства $\left(\frac{2}{3}\right)^{6x} \leqslant \left(\frac{2}{3}\right)^{x+8}$.

4. Решите уравнение:
1) $(2^{x-5})^{x+3} = 0{,}5^x \cdot 8^{x-6}$; 2) $7 \cdot 81^x + 9 \cdot 49^x = 16 \cdot 63^x$.

5. Решите неравенство:
1) $0{,}3^{\frac{x^2+x-15}{x+3}} \geqslant 0{,}027$; 2) $5^{2x-1} - 2 \cdot 5^x - 75 \geqslant 0$.

Вариант 3

1. Сравните числа m и n, если:
1) $(5{,}7)^m < (5{,}7)^n$; 2) $(0{,}8)^m > (0{,}8)^n$.

2. Решите уравнение:

1) $3^{x+2} - 3^x = 72$; 2) $4^x - 3 \cdot 2^x = 4$.

3. Найдите множество решений неравенства $\left(\frac{7}{9}\right)^{4x} \geqslant \left(\frac{7}{9}\right)^{x-4}$.

4. Решите уравнение:

1) $(5^{x-6})^{x+1} = 0{,}2^x \cdot 25^{x+5}$; 2) $5 \cdot 9^x + 3 \cdot 25^x = 8 \cdot 15^x$.

5. Решите неравенство:

1) $0{,}9^{\frac{x^2+10x-22}{x-1}} \leqslant 0{,}81$; 2) $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 \leqslant 0$.

Вариант 4

1. Сравните числа a и b, если:

1) $(4{,}8)^a < (4{,}8)^b$; 2) $(0{,}7)^a < (0{,}7)^b$.

2. Решите уравнение:

1) $7^{x+2} - 7^x = 48$; 2) $25^x - 3 \cdot 5^x = 10$.

3. Найдите множество решений неравенства $\left(\frac{5}{13}\right)^{7x} \leqslant \left(\frac{5}{13}\right)^{2x+6}$.

4. Решите уравнение:

1) $(3^{x+2})^{x-8} = \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 81^{x-9}$; 2) $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x = 7 \cdot 10^x$.

5. Решите неравенство:

1) $0{,}5^{\frac{x^2+7x-15}{x+2}} \geqslant 0{,}125$; 2) $4^{2x+1} - 17 \cdot 4^x + 4 \geqslant 0$.

Контрольная работа № 2

Тема. Логарифмическая функция.
Логарифмические уравнения и неравенства.
Производные показательной и логарифмической функций

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = \lg(5x - 3)$.
2. Решите уравнение:
   1) $\log_{\frac{1}{7}}(2x + 5) = -2$;
   2) $\log_6(x^2 + 5x - 10) = \log_6(x + 2)$.
3. Решите неравенство $\log_{0,3}(x + 6) \geqslant \log_{0,3}(4 - x)$.
4. Вычислите значение выражения $\dfrac{\log_4 8 + \log_4 2}{2\log_3 12 - \log_3 16}$.
5. Решите уравнение:
   1) $\log_5(x - 1) + \log_5(x + 3) = 1$; 2) $\log_2 x + 25\log_x 2 = 10$.
6. Найдите множество решений неравенства $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 \geqslant 0$.
7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^{-7x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
8. Постройте график функции $y = \sqrt{\lg\cos^2 x}$.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \lg(4x + 5)$.
2. Решите уравнение:
   1) $\log_{25}(3x - 1) = \dfrac{1}{2}$;
   2) $\log_7(x^2 - 12x - 4) = \log_7(8 - x)$.
3. Решите неравенство $\log_{0,4}(x - 5) \leqslant \log_{0,4}(7 - x)$.
4. Вычислите значение выражения $\dfrac{\lg 300 - \lg 3}{3\log_6 2 + \log_6 27}$.
5. Решите уравнение:
   1) $\log_6(x + 1) + \log_6(2x + 1) = 1$; 2) $\log_5 x + \log_x 5 = 2$.
6. Найдите множество решений неравенства $\log_2^2 x + 4\log_2 x - 5 \geqslant 0$.
7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = \ln(4x - 3)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
8. Постройте график функции $y = \sqrt{\lg\sin^2 x}$.

Вариант 3

1. Найдите область определения функции $y = \log_3(3x - 2)$.
2. Решите уравнение:
   1) $\log_{\frac{1}{2}}(4x + 1) = -3$;
   2) $\log_8(x^2 + 2x - 9) = \log_8(x + 3)$.
3. Решите неравенство $\log_{0,5}(x + 9) \geqslant \log_{0,5}(3 - x)$.
4. Вычислите значение выражения $\dfrac{\log_6 18 + \log_6 2}{3\log_{32} 4 - \log_{32} 2}$.
5. Решите уравнение:
   1) $\log_6(x - 2) + \log_6(x - 11) = 2$; 2) $\log_7 x + 4\log_x 7 = 4$.
6. Найдите множество решений неравенства $\log_4^2 x - 3\log_4 x + 2 \geqslant 0$.
7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = e^{\frac{x}{4}}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
8. Постройте график функции $y = \sqrt{\log_{0,5}(1 + \sin^2 x)}$.

Вариант 4

1. Найдите область определения функции $y = \log_7(2x - 9)$.
2. Решите уравнение:
   1) $\log_8(5x + 2) = \dfrac{1}{3}$;
   2) $\log_{11}(x^2 - 9x + 19) = \log_{11}(4 - x)$.
3. Решите неравенство $\log_{0,6}(x - 6) \leqslant \log_{0,6}(8 - x)$.
4. Вычислите значение выражения $\dfrac{\log_7 98 - \log_7 2}{2\log_5 10 + \log_5 1,25}$.
5. Решите уравнение:
   1) $\log_4(x + 3) + \log_4(x + 15) = 3$; 2) $\log_3 x + 9\log_x 3 = 6$.
6. Найдите множество решений неравенства $\lg^2 x - \lg x - 2 \geqslant 0$.
7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = \ln(5x + 6)$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
8. Постройте график функции $y = \sqrt{\log_{0,4}(1 + \cos^2 x)}$.

Контрольная работа № 3

Тема. Интеграл и его применение

Вариант 1

1. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}$; 2) $\int\limits_{1}^{3} \left(\frac{1}{x^2} - 3x^2 \right) dx$.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямыми $y = 0$ и $x = 3$.

3. Найдите первообразную функции $f(x) = 4x^3 - 4x + 5$, график которой проходит через точку $A\ (1;\ 6)$.

4. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(4\cos 4x + \frac{1}{3}\sin\frac{x}{3} \right) dx$; 2) $\int\limits_{0}^{1} \left(\frac{5}{\sqrt{5x+4}} - x \right) dx$.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 6 - x^2$ и $y = x + 4$.

6. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите $\int\limits_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \sqrt{5 - x^2}\, dx$.

Вариант 2

1. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$; 2) $\int\limits_{1}^{2} \left(2x - \frac{1}{x^2} \right) dx$.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямыми $y = 0$ и $x = 2$.

3. Найдите первообразную функции $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$, график которой проходит через точку $M\ (1;\ -3)$.

4. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{3}\cos\frac{x}{3} + 4\sin 4x \right) dx$; 2) $\int\limits_{0}^{1} \left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}} + x \right) dx$.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 5 - x^2$ и $y = 3 - x$.

6. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{3 - x^2}\, dx$.

Вариант 3

1. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$; 2) $\int\limits_{1}^{2} \left(6x^2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямыми $y = 0$ и $x = 1$.

3. Найдите первообразную функции $f(x) = 4x^3 + 8x - 2$, график которой проходит через точку A (1; 3).

4. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(2\sin 2x - \frac{1}{3}\cos\frac{x}{3}\right) dx$; 2) $\int\limits_{0}^{1} \left(\frac{8}{\sqrt{8x+1}} - x\right) dx$.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4 - x^2$ и $y = x + 2$.

6. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите $\int\limits_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2}\, dx$.

Вариант 4

1. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$; 2) $\int\limits_{1}^{4} \left(4x - \frac{1}{x^2}\right) dx$.

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямыми $y = 0$ и $x = 4$.

3. Найдите первообразную функции $f(x) = 3x^2 - 6x - 2$, график которой проходит через точку M (1; 4).

4. Вычислите интеграл:

1) $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2} - 3\cos 3x\right) dx$; 2) $\int\limits_{0}^{1} \left(\frac{7}{\sqrt{7x+9}} + x\right) dx$.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 2$ и $y = x + 4$.

6. Используя геометрический смысл интеграла, вычислите $\int\limits_{-3}^{3} \sqrt{9 - x^2}\, dx$.

Контрольная работа № 4

Тема. Элементы комбинаторики. Бином Ньютона

Вариант 1

1. Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{2P_{10} - P_9}{19P_8}$;

2) $C_5^3 + A_4^2$.

2. В распоряжении командира воинского подразделения есть пять солдат. Сколько у него существует способов направить этих солдат для охраны пяти объектов?

3. Сколько существует чётных трёхзначных чисел, в записи которых используются только цифры 1, 2, 3, 5 (все цифры в записи числа должны быть различны)?

4. Докажите, что при всех $n \in \mathrm{N}$ выполняется неравенство $4^n > 5n - 2$.

5. Выражение $\left(\dfrac{2}{\sqrt[4]{x^5}} + 5x\right)^{33}$ разложили по формуле бинома Ньютона. Какой член разложения не зависит от x?

6. Сколько существует способов выбрать из натуральных чисел от 1 до 29 включительно шесть чисел так, чтобы среди выбранных было ровно два чётных числа?

Вариант 2

1. Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{3P_9 - P_8}{26P_7}$;

2) $C_6^5 + A_5^3$.

2. Семья из четырёх человек приобрела 4 билета в театр. Сколько существует способов рассадить членов этой семьи на места в соответствии с купленными билетами?

3. Сколько существует чётных трёхзначных чисел, в записи которых используются только цифры 1, 3, 4, 7 (все цифры в записи числа должны быть различны)?

4. Докажите, что при всех $n \in \mathrm{N}$ выполняется неравенство $5^n > 6n - 5$.

5. Выражение $\left(\frac{4}{\sqrt[8]{x^3}}+3x^2\right)^{38}$ разложили по формуле бинома Ньютона. Какой член разложения не зависит от x?

6. Сколько существует способов выбрать из натуральных чисел от 1 до 25 включительно семь чисел так, чтобы среди выбранных было ровно два чётных числа?

Вариант 3

1. Найдите значение выражения:

   1) $\frac{2P_{11}-P_{10}}{21P_9}$;

   2) $C_4^2 + A_5^4$.

2. Для награждения призёров математической олимпиады в распоряжении жюри есть 5 призов. Сколько существует способов наградить 5 победителей олимпиады?

3. Сколько существует чётных трёхзначных чисел, в записи которых используются только цифры 2, 3, 5, 7 (все цифры в записи числа должны быть различны)?

4. Докажите, что при всех $n \in \mathrm{N}$ выполняется неравенство $3^n > 4n - 3$.

5. Выражение $\left(\frac{3}{\sqrt[5]{x^2}}+5x^3\right)^{68}$ разложили по формуле бинома Ньютона. Какой член разложения не зависит от x?

6. Сколько существует способов выбрать из натуральных чисел от 1 до 33 включительно шесть чисел так, чтобы среди выбранных было ровно два нечётных числа?

Вариант 4

1. Найдите значение выражения:

   1) $\frac{4P_8-P_7}{31P_6}$;

   2) $C_5^4 + A_6^4$.

2. Каждую клетку таблицы размером 2×2 клетки красят в один из четырёх цветов, причём все четыре цвета должны быть использованы. Сколько существует способов раскраски этой таблицы?

3. Сколько существует чётных трёхзначных чисел, в записи которых используются только цифры 5, 6, 7, 9 (все цифры в записи числа должны быть различны)?

4. Докажите, что при всех $n \in \mathrm{N}$ выполняется неравенство $6^n > 7n - 4$.

5. Выражение $\left(\frac{7}{\sqrt[7]{x^3}} + 2x\right)^{50}$ разложили по формуле бинома Ньютона. Какой член разложения не зависит от x?

6. Сколько существует способов выбрать из натуральных чисел от 1 до 19 пять чисел так, чтобы среди выбранных было ровно два чётных числа?

Контрольная работа № 5

Тема. Элементы теории вероятностей

Вариант 1

1. О событиях A и B некоторого испытания известно, что $P(A) = 30\%$, $P(B) = 50\%$ и $P(A \cup B) = 80\%$. Найдите $P(A \cap B)$.
2. Найдите значение $P(x = 5)$ и математическое ожидание случайной величины x.

Значение x	2	3	5	10
Вероятность, %	5	40		15

3. Имеются два принтера, которые обслуживаются независимо один от другого. Вероятность того, что в определённый день в первом принтере закончится тонер, равна 3%, а во втором принтере — 1%. Найдите вероятность того, что в этот день можно будет пользоваться обоими принтерами.
4. Вероятность того, что лотерейный билет выигрышный, равна $0{,}5\%$. Чему равна вероятность того, что из 8 купленных наугад лотерейных билетов 3 окажутся выигрышными?
5. В некоторой местности вероятность того, что наугад выбранный человек курит, равна 20%, а вероятность того, что наугад выбранный человек имеет сердечно-сосудистые заболевания, равна 30%. Известно, что среди людей, имеющих сердечно-сосудистые заболевания, в этой местности 60% курят. Найдите вероятность того, что наугад выбранный курильщик имеет сердечно-сосудистые заболевания.

Вариант 2

1. О событиях A и B некоторого испытания известно, что $P(A) = 0{,}4$, $P(A \cup B) = 0{,}9$ и $P(A \cap B) = 0{,}3$. Найдите $P(B)$.
2. Найдите значение $P(z = 0)$ и математическое ожидание случайной величины z.

Значение z	–2	0	1	4
Вероятность, %	30		20	40

3. В математических олимпиадах обычно участвует больше мальчиков, а в олимпиадах по иностранному языку — девочек. Вероятность того, что кто-то из мальчиков победит на олимпиаде по математике, равна 0,7, а на олимпиаде по иностранному языку — 0,35. Найдите вероятность того, что на обеих олимпиадах победу одержат девочки.
4. Вероятность того, что посетитель магазина совершит покупку, равна 40%. Какова вероятность того, что из 12 случайных посетителей магазина 8 совершат покупку?
5. Известно, что 80% выпускаемых мобильных телефонов имеют доступ к сети Интернет, а 70% — имеют сенсорный экран. Вероятность того, что наугад выбранный телефон с сенсорным экраном будет иметь доступ к сети Интернет, равна 96%. Найдите вероятность того, что наугад выбранный телефон с доступом в Интернет будет иметь сенсорный экран.

Вариант 3

1. О несовместных событиях A и B некоторого испытания известно, что $P(A) = 20\%$ и $P(A \cup B) = 75\%$. Найдите $P(B)$.
2. Найдите значение $P(y = 4)$ и математическое ожидание случайной величины y.

Значение y	2	3	4	8
Вероятность, %	10	70		20

3. В соревнованиях по стрельбе из лука участвуют два спортсмена. Первый спортсмен поражает мишень с вероятностью 92%, а второй спортсмен — с вероятностью 96%. Найдите вероятность того, что ни один из этих спортсменов не поразит мишень.
4. Вероятность того, что перепад напряжения приведёт к поломке электроприбора, равна 0,08. Какова вероятность, что из 5 разных случаев перепадов напряжения 2 приведут к необходимости ремонтировать прибор?
5. В автомате, предлагающем различные напитки, 45% продаж приходится на кофе, а в 60% случаев покупатель приобретает напиток с сахаром. Известно, что в 80% случаев покупки кофе в него добавляют сахар. Найдите вероятность того, что покупатель, предпочитающий сладкий напиток, купит кофе.

Вариант 4

1. О событиях A и B некоторого испытания известно, что $P(A) = 0{,}2$, $P(B) = 0{,}7$ и $P(A \cap B) = 0{,}1$. Найдите $P(A \cup B)$.
2. Найдите значение $P(x = -3)$ и математическое ожидание случайной величины x.

Значение x	–3	–1	0	5
Вероятность, %		20	35	15

3. В двух коробках лежат только чёрные и белые шары. Вероятность того, что наугад выбранный из первой коробки шар окажется белым, равна 0,6. Вероятность того, что наугад выбранный из второй коробки шар окажется белым, равна 0,3. Из каждой коробки наугад выбирают по одному шару. Найдите вероятность того, что ни один из выбранных шаров не будет белым.
4. Стрелок попадает в мишень с вероятностью, равной 75%. Какова вероятность того, что из 10 попыток стрелок 8 раз попадет в мишень?
5. В некоторой местности вероятность того, что наугад выбранный человек знает иностранный язык, равна 15%, а вероятность того, что наугад выбранный человек по профессии филолог, равна 10%. Известно, что среди людей, знающих иностранный язык, в этой местности 20% филологов. Найдите вероятность того, что наугад выбранный филолог знает иностранный язык.

Итоговая контрольная работа

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

Вариант 1

1. Решите уравнение:
1) $7^{x+1} - 2 \cdot 7^x + 5 \cdot 7^{x-1} = 280$;
2) $\log_5(5^x - 4) = 1 - x$;
3) $\log_3^2 x - 2\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x} = 2$.

2. Решите неравенство:
1) $2\log_5(-x) > \log_5(5 - 4x)$;
2) $\lg^2 10x - \lg x \geqslant 3$.

3. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x) = 2 + 2x^2 - x^3$.

4. Вычислите интеграл $\int\limits_{0,5}^{0} e^{2x+1}dx$.

5. В двух коробках хранятся шары. В первой коробке лежат 8 шаров, из которых 2 белых и 6 чёрных, во второй — 6 шаров, из которых 5 белых и 1 чёрный. Из каждой коробки наугад вынули по одному шару. Какова вероятность того, что оба вынутых шара окажутся чёрными?

6. При каких значениях b и c парабола $y = 2x^2 + bx + c$ касается прямой $y = -2x + 6$ в точке A (–1; 8)?

Вариант 2

1. Решите уравнение:
1) $6^{x+2} - 4 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 6^{x-1} = 80$;
2) $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$;
3) $\log_2^2 x - \log_{0,5} x^3 = 4$.

2. Решите неравенство:
1) $2\log_3(-x) > \log_3(6 - x)$;
2) $\lg^2 10x + \lg x \geqslant 5$.

3. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x) = x^2 + 2x^3 - 2x^4$.

4. Вычислите интеграл $\int\limits_{1}^{3} \frac{dx}{3x - 2}$.

5. Стрелок делает два независимых выстрела — сначала в первую мишень, потом во вторую. Вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень, составляет 70%, во вторую — 90%. Какова вероятность того, что стрелок попадёт только во вторую мишень?

6. При каких значениях b и c парабола $y = 4x^2 + bx + c$ касается прямой $y = -14x + 1$ в точке B (–2; 29)?

Вариант 3

1. Решите уравнение:

1) $2^{x+4} - 5 \cdot 2^{x+2} + 9 \cdot 2^{x-1} = 16$; 3) $2\log_2^2 x - 3\log_{0,5} x^3 = 5$.

2) $\log_2(2^x - 2) = 3 - x$;

2. Решите неравенство:

1) $2\log_{\frac{1}{3}}(-x) < \log_{\frac{1}{3}}(3 - 2x)$; 2) $\lg^2 100x - 5\lg x \geqslant 6$.

3. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x) = 3 + 5x + x^2 - x^3$.

4. Вычислите интеграл $\int\limits_{0,8}^{2} e^{5x-4}dx$.

5. Игральный кубик последовательно бросают два раза. Какова вероятность того, что только во второй раз на кубике выпадет количество очков, кратное трём?

6. При каких значениях b и c парабола $y = -2x^2 + bx + c$ касается прямой $y = 5x - 2$ в точке C (3; 13)?

Вариант 4

1. Решите уравнение:

1) $3^{x+3} - 20 \cdot 3^x - 7 \cdot 3^{x-1} = 42$; 3) $\log_5^2 x + 8\log_{0,2} \sqrt[4]{x} = 8$.

2) $\log_7(7^x - 6) = 1 - x$;

2. Решите неравенство:

1) $2\log_{0,2}(-x) < \log_{0,2}(6 - 5x)$; 2) $\lg^2 1000x - 8\lg x \geqslant 12$.

3. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x) = 2x^3 - x^2 - x^4$.

4. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} \frac{dx}{6x + 7}$.

5. Физик-экспериментатор обстреливает пучком нейтронов две смеси изотопов урана. Вероятность начала управляемой ядерной цепной реакции для первой смеси составляет 30%, а для второй смеси — 60%. Какова вероятность того, что управляемая ядерная цепная реакция начнётся только в первой смеси изотопов урана?

6. При каких значениях b и c парабола $y = -3x^2 + bx + c$ касается прямой $y = 6x - 1$ в точке D (1; 5)?

Методические рекомендации по оценке образовательных достижений учащихся

Одним из направлений оценочной деятельности в соответствии с требованиями Стандарта является оценка образовательных достижений обучающихся.

Система оценки достижения планируемых результатов по алгебре и началам математического анализа направлена на обеспечение качества математического образования. Она должна позволять отслеживать индивидуальную динамику развития учащихся, обеспечивать обратную связь для учителей, учащихся и родителей.

Формирование **личностных результатов** обеспечивается в ходе реализации всех компонентов образовательного процесса, включая внеурочную деятельность, реализуемую семьёй и школой.

Основным объектом оценки **личностных результатов** служит сформированность универсальных учебных действий, включаемых в следующие три основных блока:

1) сформированность *основ гражданской идентичности* личности;

2) готовность к переходу к *самообразованию на основе учебно-познавательной мотивации,* в том числе готовность к *выбору направления профильного образования;*

3) сформированность *социальных компетенций,* включая ценностно-смысловые установки и моральные нормы, опыт социальных и межличностных отношений, правосознание.

Основным объектом оценки **метапредметных результатов** является:

способность и готовность к освоению систематических знаний по математике, их самостоятельному пополнению, переносу и интеграции;

способность к сотрудничеству и коммуникации в ходе учебной и внеучебной деятельности;

способность и готовность к использованию ИКТ в целях обучения и развития;

способность к самоорганизации, саморегуляции и рефлексии.

Основным объектом оценки **предметных результатов** по алгебре и началам математического анализа в соответствии с требованиями Стандарта является способность к решению учебно-познавательных и учебно-практических задач, основанных на изучаемом учебном материале, с использованием способов действий, релевантных содержанию учебных предметов, в том числе метапредметных (познавательных, регулятивных, коммуникативных) действий.

Основными видами оценивания образовательных достижений по алгебре и началам математического анализа являются: *стартовое, текущее* и *итоговое*.

Стартовое оценивание позволяет учителю спланировать личностно-ориентированное обучение, индивидуализировать образовательный процесс.

Текущее оценивание позволяет определить уровень усвоения нового материала, степень самостоятельности обучающихся при решении задач, характер применения рациональных способов решения задач и др. Для текущего оценивания можно использовать следующие методы контроля.

Методы контроля в учебном процессе по математике

Устный контроль	**Письменный контроль**	**Практический контроль**
• Фронтальный опрос • Индивидуальный опрос	• Математический диктант • Самостоятельная работа • Контрольная работа • Реферат • Тест • Зачёт	• Фронтальная или индивидуальная практическая работа • Домашняя контрольная работа • Исследовательская работа • Проектная работа

Итоговое оценивание может проводиться после завершения темы, раздела, учебного курса основной или старшей школы (в частности, в виде итоговой аттестации). Итоговая оценка результатов освоения учащимися основной образовательной программы выставляется по результатам промежуточной и итоговой аттестации и формируется на основе:

• результатов внутришкольного мониторинга образовательных достижений по алгебре и началам математического анализа, зафиксированных в оценочных листах, в том числе за промежуточные и итоговые работы на межпредметной основе;

• оценок за выполнение итоговых работ по алгебре и началам математического анализа;

• оценки за выполнение и защиту индивидуального проекта;

• оценок за работы, выносимые на государственную итоговую аттестацию (ГИА) и единый государственный экзамен (ЕГЭ)

Одним из современных методов оценивания, рекомендуемых для использования в старших классах, является рейтинговая система.

При использовании рейтинговой системы оценки учителю необходимо определить виды учебной деятельности, которые подлежат проверке по каждой теме курса и максимальное количество баллов по каждому виду деятельности. Общее количество баллов определяется по каждому разделу курса в зависимости от количества часов, отведённых на её изучение, а также от объёма выполняемых задач. Данная система оценивания позволяет применять обязательные и дополнительные баллы. Обязательными баллами оцениваются результаты текущего и итогового контроля. Результаты выполнения творческих работ, учебных проектов и исследований, участие в олимпиадах можно оценивать дополнительными баллами.

Например, можно использовать рейтинговую 50-балльную шкалу.

Вид учебной деятельности	Максимальное количество баллов
Ответы на уроке	5
Индивидуальная работа	10
Проверочная работа	15
Домашняя работа	10
Зачётная работа	15
Контрольная работа	20
Творческая работа	25
Участие в олимпиадах	30
Проектная работа	50
Исследовательская работа	50

Шкала перевода рейтинговых баллов в 5-балльную систему оценивания.

Рейтинговый балл, (% от общей суммы баллов)	Оценка
85—100	5
70—84	4
55—69	3
< 55	2

Рейтинговая система позволяет:

• определить уровень подготовки учащихся по алгебре на любом этапе учебного процесса;

• контролировать индивидуальную работу учащихся на уроке и во внеурочной деятельности;

• наиболее объективно оценивать знания учащихся;

• стимулировать развитие познавательного интереса к предмету;

• развивать математическую компетенцию;

• создать условия, учитывающие индивидуальные способности учащихся, для успешной реализации целей обучения.

Методические рекомендации по формированию ИКТ-компетентности учащихся

ИКТ-компетентность учающихся — умение самостоятельно работать с информацией, способность решать учебно-познавательные задачи, используя средства ИКТ.

ИКТ-компетентность учителя — умение, способность и готовность решать профессиональные задачи, используя распространённые в данной профессиональной области средства ИКТ.

С целью формирования ИКТ-компетентности учающихся при обучении алгебре и началам математического анализа использовать средства ИКТ можно:

- на уроках алгебре и началам математического анализа;
- во внеурочной деятельности;
- в учебно-исследовательской и проектной деятельности;
- при измерении, контроле и оценке планируемых результатов.

Для того чтобы значительно расширить дидактические возможности урока алгебры и начал математического анализа, учитель может использовать следующие средства ИКТ: мультимедийные фрагменты теоретических материалов, электронные дидактические материалы, моделирование геометрических фигур, готовые программные продукты (компьютерные тренажёры, интерактивные курсы, коллекции ЭОР и др.). В помощь учителю предлагаем технологическую карту урока, на котором используются ИКТ.

Для успешного осуществления внеурочной, учебно-исследовательской и проектной деятельности учащиеся осуществляют поиск необходимой информации в сети Интернет, работу с электронными учебниками и приложениями к ним, создают и редактируют компьютерные презентации, веб-страницы.

Использование средств ИКТ при обучении алгебре и началам математического анализа способствуют:

- повышению интереса к предмету, мотивации обучения, познавательного интереса;
- расширению возможностей использования источников информации;
- созданию возможностей для дифференцированного, индивидуального и личностно ориентированного обучения;
- повышению эффективности анализов результатов обучения.

Применение средств ИКТ в обучении алгебре и началам математического анализа формирует ИКТ-компетентность учащихся, в результате чего учащийся научится:

• использовать калькулятор для вычислений;

• осуществлять редактирование и структурирование текста, используя средства текстового редактора;

• создавать и редактировать таблицы, используя средства текстового редактора и редактора таблиц;

• создавать различные геометрические объекты с использованием возможностей специальных инструментов компьютерных программ;

• создавать графические объекты;

• осуществлять поиск информации в Интернете;

• соблюдать требования техники безопасности при работе с устройствами ИКТ.

Технологическая карта урока № ___

Тема урока	______________________________
Тип урока	______________________________
Формируемые результаты	Предметные: ______________________ Личностные: ______________________ Метапредметные: ___________________
Планируемые результаты	______________________________ ______________________________
Основные понятия	______________________________ ______________________________
Средства ИКТ, используемые на уроке	______________________________ ______________________________ ______________________________
Программное обеспечение	______________________________ ______________________________
Образовательные интернет-ресурсы	______________________________ ______________________________ ______________________________

Организационная структура урока

Этапы проведения урока	Форма организации УД	Задания, выполнение которых приведёт к достижению планируемых результатов			Средства ИКТ
		Учебник	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	
1. Организационный этап					
2. Постановка формируемых результатов и задач урока. Мотивация учебной деятельности учащихся					
3. Актуализация знаний					
4. Изучение нового материала					
5. Первичное закрепление нового материала					
6. Итоги урока					
7. Информация о домашнем задании					

Методические рекомендации по организации учебно-исследовательской и проектной деятельности учащихся

Проект — это вид учебной деятельности, направленный на решение конкретной учебно-познавательной проблемы, с заранее запланированным результатом.

Учебно-исследовательская работа — это решение исследовательской задачи с заранее неизвестным результатом, представляющее собой самостоятельную творческую работу, имитирующую настоящее научное исследование (в частности, обучающиеся учатся выдвигать гипотезы и предлагать способы их проверки, планировать и работать по плану, искать оптимальные и нестандартные решения поставленной задачи и др.).

Учебно-исследовательская и проектная деятельность на уроках алгебры и начал математического анализа направлены на:

- повышение интереса учащихся к предмету, мотивации учебной деятельности, развитие познавательной деятельности;
- развитие коммуникативных умений;
- формирование исследовательских умений: выявлять проблему, ставить цели и задачи исследования, выдвигать гипотезы;
- формирование умений осуществлять планирование, самоконтроль, рефлексию и самоанализ своей деятельности.

При выполнении учебных проектов по алгебре и началам математического анализа обучающийся научится:

- анализировать фрагменты работ учёных-математиков;
- описывать историю математических открытий;
- оценивать вклад выдающихся учёных-математиков в развитие науки;
- представлять результаты измерений с помощью таблиц, графиков и выявлять на этой основе эмпирические зависимости;
- рассматривать практические приложения математических знаний;
- применять математические знания в быту и технике;
- анализировать связь алгебры и начал математического анализа с другими естественными науками.

Критерии оценки проектной и учебно-исследовательской деятельности учащихся

1. Обоснование проблемы проекта (исследования) и планирование способов её решения.

2. Постановка целей и задач исследования, глубина раскрытия темы проекта (исследования).

3. Вариативность представленных источников информации, методов исследования, целесообразность их использования.

4. Анализ хода работы, формулировка выводов и оценок, выявление перспектив дальнейшего исследования.

5. Оригинальность высказанных идей, реализация рациональных и нестандартных решений.

6. Оформление проектного продукта (результатов исследования), качество проведения презентации.

7. Практическая направленность полученных результатов.

При оценке проекта (исследования) следует оценивать, прежде всего, качество работы в целом, а также проявленные при этом умения проектирования учебной деятельности. Отметим, что учитель может устанавливать и другие критерии на основе своего опыта и математической подготовки учащихся.

Технология организации проведения
учебно-исследовательской и проектной деятельности

План организации проектной деятельности

(Рекомендации для учителя)

Название проекта ____________________

Цели проекта ____________________

Планируемые результаты

Предметные: ____________________

Личностные: ____________________

Метапредметные: ____________________

Общая характеристика проекта

Тип проекта ____________________

Виды деятельности учащихся ____________________

____

Форма организации ____________________

Продолжительность выполнения ____________________

____

Результат (продукт) деятельности ____________________

____

План реализации проекта

Этапы	Содержание этапа	Деятельность учащихся	Деятельность учителя
1. Организация деятельности			
Погружение в проект	Определение темы и целей проекта. Формирование групп (группы)	Обсуждают темы проекта в группе (группах) и с учителем	Мотивирует учащихся на проектную деятельность. Рассказывает, что такое проект и метод проектов. Помогает в постановке проблемы. Помогает сформировать группу (группы)
Планирование	Определение объёма работ для каждой группы (членов группы). Составление плана работы: определение источников информации; определение способов сбора данных; определение способа представления результата; определение критериев и регламента оценки работы	Распределяют обязанности внутри группы. Каждая группа выбирает тему работы и источники информации. Составляют план работы над проектом. Вырабатывают критерии регламента и оценки работы	Оказывает необходимую организационную и консультационную помощь
2. Осуществление деятельности			
Сбор информации	Сбор информации различными методами: опроса, наблюдения,	Выполняют работу над проектом	Помогает в изучении информации. Наблюдает, советует.

Окончание

Этапы	Содержание этапа	Деятельность учащихся	Деятельность учителя
	изучения документации и т. д.		Анализирует групповые взаимоотношения
Обобщение результатов, выводы	Анализ полученной информации, подготовка к её представлению	Анализируют полученную информацию, выполняют оформление проектной работы	Контролирует, наблюдает, советует
3. Представление результатов и их оценка			
Презентация	Отчёт участников проекта о проделанной работе	Представляют проект	Слушает, при необходимости задаёт вопросы, обобщает, комментирует выступления
Оценка процесса и результатов работы	Оценка конечного результата коллективной деятельности. Анализ достижения поставленной цели. Рефлексия	Оценивают работу каждого члена группы (каждой группы). Анализируют, была ли достигнута поставленная цель. Проводят рефлексию своей деятельности (см. бланк рефлексии)	Участвует в коллективном анализе и оценке результатов проекта. Проводит рефлексию. Оценивает свою деятельность по педагогическому руководству деятельности детей

Карта оценки проектной деятельности

Название проекта ______________________________

Группа ______________________________

Параметры	Само-оценка*	Взаимо-оценка*	Оценка учителя*	Средний балл
Выполнение работы по проекту				
Математическая точность				
Оформление результатов проекта				
Качество представления результатов (анализ выступления)				
Итоговый балл				

* Оценивается по пятибалльной системе.

Бланк рефлексии

Вопрос	Ответ
1. Понравилось ли вам участвовать в проектной деятельности?	
2. Какой этап работы над проектом оказался для вас самым интересным?	
3. Какой этап работы над проектом оказался для вас самым сложным? Почему?	
4. Какие знания вы получили в ходе работы над проектом?	
5. Довольны ли вы своим участием в работе группы (если нет, то почему)?	
6. Как вы оцените взаимоотношения в вашей группе во время работы над проектом?	

Содержание